

6.  $\left[ \sqrt{3} \left( \cos \frac{\pi}{24} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{24} \right) \right]^8$   
 7.  $[\sqrt{5}(\cos 13.5^\circ + i \operatorname{sen} 13.5^\circ)]^6$   
 8.  $[2(\cos 67^\circ + i \operatorname{sen} 67^\circ)]^3$   
 9.  $[3.2(\cos 12^\circ + i \operatorname{sen} 12^\circ)]^3$   
 10.  $[\frac{1}{2}(\cos 24^\circ + i \operatorname{sen} 24^\circ)]^3$

En los problemas 11 y 12, use (3) de esta sección y (4) de la sección 10.6 para simplificar el número complejo dado.

Escriba su respuesta en la forma estándar  $z = a + bi$ .

11.  $\frac{\left[ 2 \left( \cos \frac{\pi}{16} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{16} \right) \right]^{10}}{\left[ 4 \left( \cos \frac{3\pi}{8} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{8} \right) \right]^3}$   
 12.  $\frac{\left( \cos \frac{\pi}{9} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{9} \right)^{12}}{\left[ \frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right) \right]^5}$

En los problemas 13 a 24, use la forma trigonométrica de un número complejo junto con el teorema de DeMoivre para calcular la potencia dada. Escriba su respuesta en la forma estándar  $z = a + b$ .

13.  $i^{30}$   
 14.  $-i^{15}$   
 15.  $(1 + i)^6$   
 16.  $(1 - i)^9$   
 17.  $(-2 + 2i)^4$   
 18.  $(-4 - 4i)^3$   
 19.  $(\sqrt{3} + i)^5$   
 20.  $(-\sqrt{3} + i)^{10}$   
 21.  $\left( \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i \right)^9$   
 22.  $\left( \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{1}{2}i \right)^8$   
 23.  $(1 + 2i)^4$   
 24.  $\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \right)^{20}$

En los problemas 25 a 34, obtenga las raíces indicadas. Escriba su respuesta en la forma estándar  $z = a + bi$ .

25. Las tres raíces cúbicas de  $-8$ .  
 26. Las tres raíces cúbicas de 1.

27. Las cuatro raíces cuartas de  $i$ .

28. Las dos raíces cuadradas de  $i$ .  
 29. Las cuatro raíces cuartas de  $-1 - \sqrt{3}i$ .  
 30. Las dos raíces cuadradas de  $-1 + \sqrt{3}i$ .  
 31. Las dos raíces cuadradas de  $1 + i$ .  
 32. Las tres raíces cúbicas de  $-2\sqrt{3} + 2i$ .  
 33. Las seis raíces sextas de  $64(\cos 54^\circ + i \operatorname{sen} 54^\circ)$ .  
 34. Las dos raíces cuadradas de  $81 \left( \cos \frac{5\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{5\pi}{3} \right)$ .

En los problemas 35 y 36, obtenga las raíces indicadas. Proceda como en el ejemplo 2 y dibuje la gráfica de estas raíces en un círculo apropiado.

35. Las seis raíces sextas de 1.  
 36. Las ocho raíces octavas de 1.  
 37. ¿Para cuáles enteros positivos  $n$  será  $(\sqrt{2}/2 + \sqrt{2}i/2)^n$  igual a 1? ¿Igual a  $i$ ? ¿Igual a  $-\sqrt{2}/2 - \sqrt{2}i/2$ ? ¿Igual a  $\sqrt{2}/2 + \sqrt{2}i/2$ ?  
 38. a) Compruebe que  $(4 + 3i)^2 = 7 + 24i$ .  
 b) Use la parte a) para obtener los dos valores de  $(7 + 24i)^{1/2}$ .

En los problemas 39 a 42, resuelva la ecuación dada. Escriba su respuesta en la forma estándar  $z = a + bi$ .

39.  $z^4 + 1 = 0$   
 40.  $x^3 - 125i = 0$   
 41.  $x^2 + 8 + 8\sqrt{3}i = 0$   
 42.  $z^2 - 8z + 18 = 8i$

### ≡ Para la discusión

43. El teorema de DeMoivre implica que

$$(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)^2 = \cos 2\theta + i \operatorname{sen} 2\theta.$$

Use esta información para obtener las identidades trigonométricas de  $\cos 2\theta$  y  $\operatorname{sen} 2\theta$ , multiplicando el lado izquierdo de la ecuación e igualando después las partes real e imaginaria.

44. Siga un procedimiento análogo al que se indicó en el problema 43 para obtener las identidades trigonométricas de  $\cos 3\theta$  y  $\operatorname{sen} 3\theta$ .